РЕШЕНИЯ

на

задачите от II кръг на II национална олимпиада по

АСТРОНОМИЯ

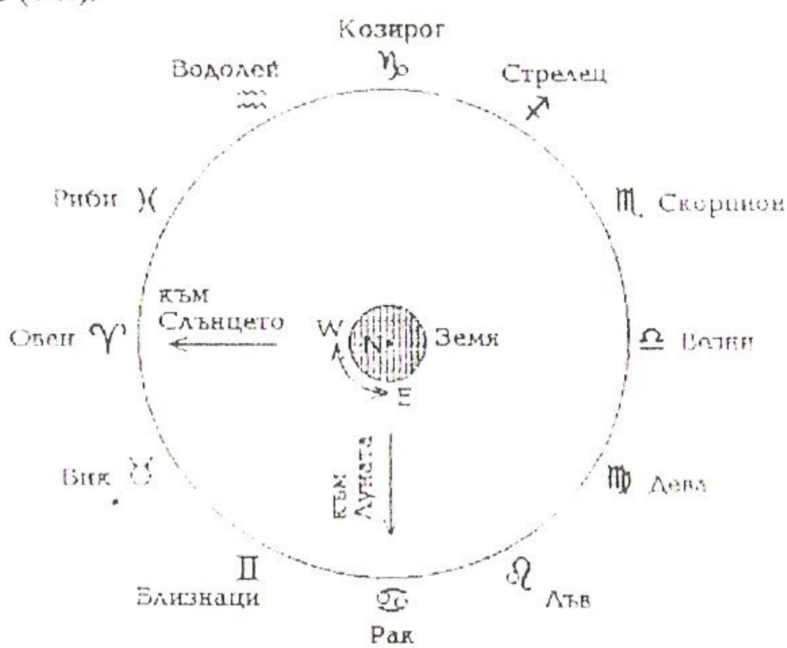
- **ученици 7 ÷ 9 клас (общо 70 точки)**

<u>1 задача.</u> (14 т.)

А) Лебед, Орел, Гарван, Гълъб, Тукан, Жерав, Паун, Райска птица. (8 т.)

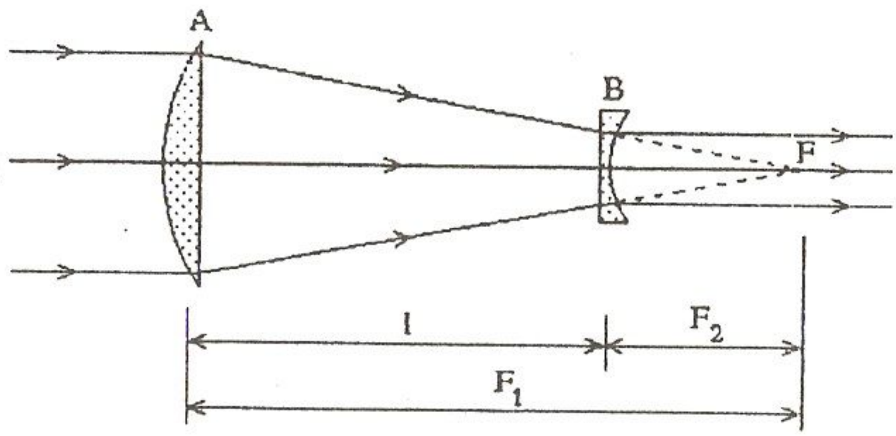
Б) Орион, Андромеда, Персей, Касиопея, Цефей, Херкулес. (6 т.)

<u>2 задача.</u> (14 т.) Щом Луната е във фаза първа четвърт, тя се намира на 90° източно от Слънцето. Следователно Слънцето е на 90° на запад от нея по еклиптиката (4 т.). Редът на зодиакалните съзвездия следва видимото годишно движение на Слънцето от запад на изток. За да разберем къде е Слънцето, трябва да се върнем по този ред с три съзвездия назад (на запад) от Рак (2 т.). Те са Близнаци, Бик, Овен. Така заключаваме, че Слънцето трябва да се намира в Овен (4 т.) или в някое от съседните му зодиакални съзвездия - в източната част на Риби, или в западната част на Бик - защото зодиакалните съзвездия заемат различни по големина площи от небето и защото не е дадена точна дата. Във всички тези случаи Слънцето има по-голяма ректасцензия от пролетната равноденствена точка, която е в западната част на Риби. Следователно сезонът е пролет (4 т.).



<u>3 задача.</u> (14 т.) За обектив на телескопа ще служи плоско изпъкналата леща А, а за окуляр – плоско вдлъбнатата леща В (4 т.) (с двойно изпъкнала и двойно вдлъбната леща се получава същият ефект, но тук споменаваме плоско изпъкнала и плоско вдлъбната, защото исторически именно с такива лещи е бил направен първият телескоп на Галилео Галилей).

На чертежа е показан ходът на успореден сноп лъчи, идващи от звезда, която се вижда в центъра на зрителното поле на телескопа (5 т.).



Ако $F_1 = 60\ cm$ е фокусното разстояние на обектива, а $W = 3$ е увеличението на телескопа, то

$$W = F_1 / F_2 \qquad (2\ т.)$$

където F_2 е фокусното разстояние на окуляра на телескопа. Следователно

$$F_2 = F_1 / W = 20\ cm \qquad (1\ т.)$$

Дължината на тръбата на телескопа е

$$l = F_1 - F_2 \qquad (1\ т.)$$

$$l = 60\ cm - 20\ cm = 40\ cm. \qquad (1\ т.)$$

<u>4 задача.</u> (14 т.) На екватора Слънцето се вижда в зенита по местно пладне (1 т.) в дните на пролетното и есенното равноденствие (2 т.). Именно в един от тези дни на годината и в такъв момент от местно време за изходния пункт трябва да излети самолетът (2 т.) и да се движи на запад- в посока обратна на околоосното въртене на Земята (3 т.). Скоростта на самолета трябва да е равна на линейната скорост на движение на точка от земния екватор относно линията Земя-Слънце (2 т.), или

$$v = 2\pi R_{\oplus} / T_{\odot} \qquad (2\ т.)$$

където $R_{\oplus} = 6\ 378\ km$ е радиусът на Земята, а $T_{\odot} = 24^h$ е продължителността на слънчевото денонощие (1 т.). Окончателно:

$$v = (2 \times 3.14 \times 6\ 378\ km) / 24^h \approx 1\ 669\ km/h. \qquad (1\ т.)$$

Това е приблизително решение на задачата. За да получим по-точно решение, трябва да отчетем факта, че Слънцето може да се види в зенита на екватора само в момента на пролетното и есенното равнодендствие, а също и да работим с ъгловата скорост на видимото движение на истинското Слънце, а не на средното Слънце. Следователно самолетът трябва да излети от такава точка на екватора, където моментът на равноденствието съвпада с момента на истинското пладне. Поради движението на Слънцето по еклиптиката, неговата деклинация се изменя непрекъснато и е равна на нула единствено в самите моменти на равноденствията. За да остава наистина Слънцето в зенита за наблюдател от самолета, е необходимо в случай, че е пролетно равноденствие, самолетът да се движи не точно на запад, а малко на северозапад, а при есенното равноденствие – малко на югозапад.

<u>5 задача.</u> (14 т.) Върху един предмет, намиращ се на борда на ракетата, действа силата на земното привличане F_g (2 т.) и инерчната сила F_i, насочена обратно на посоката на ускорение на ракетата (2 т.). Ако масата на предмета е m, то според закона на Нютон за всеобщото привличане :

$$F_g = G\, m\, M_{\oplus} / r^2\ , \qquad (1\ т.)$$

където G е гравитационната константа, $M_⊕$ е масата на Земята, а r е разстоянието от ракетата до центъра на Земята в даден момент. Следователно с отдалечаването на ракетата от Земята F_g намалява. От друга страна

$$F_i = mg \qquad (1 \text{ т.})$$

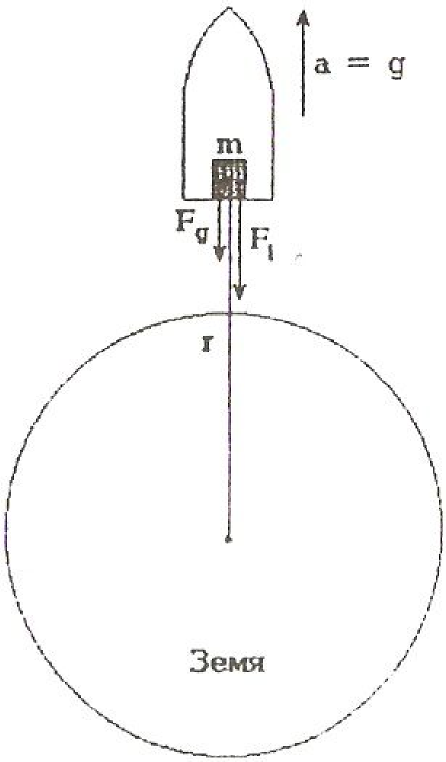
Теглото на тялото ще бъде:

$$F = F_i + F_g = G\, m\, M_⊕ / r^2 + mg. \qquad (3 \text{ т.})$$

Имайки пред вид, че когато ракетата е на повърхността на Земята, е изпълнено

$$G M_⊕ / r^2 = g$$

заключаваме, че с отдалечаване на ракетата от Земята теглата на предметите намаляват (3 т.) от $F_0 = 2\,mg$ (1 т.), когато ракетата е на земната повърхност, до $F_\infty = mg$ (1 т.), когато ракетата е на безкрайно разстояние от Земята.



- **ученици 10 ÷ 12 клас (общо 75 точки)**

1 задача. (12 т.)

А) Козирог, Дракон, Пегас, Центавър (или Кентавър), Хидра, Еднорог, Феникс (7 т.)

Б) Хиадите и Плеядите са в Бик, Ясли - в Рак, М13 - в Херкулес, а звездният куп Косите на Вероника е в съзвездието Косите на Вероника (всъщност те са едно и също нещо, в случай че имаме пред вид стария смисъл на думата съзвездие, според който съзвездие означава просто група от звезди) (5 т.).

2 задача. (10 т.) $L_A = 1.6\, L_⊙$ е светимостта на компонентата А, изразена в единици слънчева светимост $L_⊙$, а $L_B = 0.45\, L_⊙$ е светимостта на компонентата В. Ако E_A, E_B и $E_⊙$ са осветеностите, създавани на стандартното разстояние от 10 pc, съответно от компонентите А и В и от Слънцето, то

$$E = E_A + E_B$$

е осветеността, създавана на същото разстояние от системата α Cen. Тогава:

$$E / E_{\odot} = (E_A + E_B) / E_{\odot} = (L_A + L_B) / L_{\odot} \quad (1)$$

тъй като E_A, E_B и $E_{\odot}$ са величини пропорционални съответно на L_A, L_B и $L_{\odot}$ (2 т.). Ако $M_{\odot}$ е абсолютната звездна величина на Слънцето, а M – на системата α Cen, то съгласно формулата на Погсон:

$$\lg (E / E_{\odot}) = 0.4\, (M_{\odot} - M)$$

Имайки пред вид (1), оттук получаваме:

$$M = M_{\odot} - 2.5 \lg [(L_A + L_B) / L_{\odot}] \quad \text{(2 т.)}$$

$$M = 4^m.72 - 2.5 \lg (1.6 + 0.45) \approx 3^m.94 \quad (2)$$

Ако паралаксът на α Cen е π'', то разстоянието до нея, изразено в pc, е:

$$r[\mathrm{pc}] = 1 / \pi'' \quad (3)$$

На разстояние r системата α Cen има видима звездна величина m и създава осветеност E_r. Според закона на Ламберт $E_r \sim 1 / r^2$, а също $E \sim 1 / (10\ \mathrm{pc})^2$, следователно:

$$E_r / E = (10\ \mathrm{pc})^2 / r^2.$$

Използвайки отново формулата на Погсон, получаваме:

$$\lg (E_r / E) = 0.4\, (M - m)$$

$$\lg [(10\ \mathrm{pc})^2 / r^2] = 0.4\, (M - m)$$

Оттук и от (3) и (2) намираме последователно:

$$m = M - 5 + 5 \lg r = M - 5 - 5 \lg \pi'' \quad \text{(5 т.)}$$

$$m \approx -0^m.43 \quad \text{(1 т.)}$$

3 задача. (18 т.) Ако Юпитер се вижда непрекъснато в зенита за наблюдател на борда на самолета, то при изчисление на неговия видим ъглов диаметър $\delta_{Ю}$ е необходимо да отчетем само движението на Луната около Земята (2 т.).

$$\delta_{Ю} = 360^\circ .\ t / T_L,$$

където t = 90 sec е времето, за което дискът на Юпитер се скрива зад Луната, а $T_L = 27^d.3216$ е сидеричният лунен месец (3 т.).

$$\delta_{Ю} \approx 0^\circ.013725 = 49''.4 \quad \text{(1 т.)}$$

За да се вижда Юпитер винаги в зенита, самолетът трябва да лети над екватора на запад, т.е. в посока обратна на околоосното въртене на Земята (2 т.). Отначало намираме ъгловата скорост ω на самолета спрямо наблюдател в центъра на Земята:

$$\omega = \omega_{\oplus} - \omega_L \quad \text{(4 т.)}$$

където $\omega_{\oplus}$ и ω_L са ъгловите скорости съответно на околоосното въртене на Земята и на орбиталното движение на Луната около Земята. Ако $T_{\oplus} = 23^h56^m04^s$ е периодът на околоосно въртене на Земята спрямо неподвижните звезди (звездно денонощие), то:

$$\omega = (2\pi / T_{\oplus}) - (2\pi / T_L) = 2\pi\, [(1 / T_{\oplus}) - (1 / T_L)] \quad \text{(2 т.)}$$

Линейната скорост на движение на самолета е $v = \omega\, R_{\oplus}$, където $R_{\oplus}$ = 6378 km е екваториалният радиус на Земята.

$$v = 2\pi R_{\oplus}\, [(1 / T_{\oplus}) - (1 / T_L)] \quad \text{(3 т.)}$$

$$v \approx 0.4478\ \mathrm{km/sec} \approx 1612\ \mathrm{km/h}. \quad \text{(1 т.)}$$

4 задача. (16 т.) Масите на звездите са M_1 и M_2, а обемите им V_1 и V_2.

$$M_1 = \rho_1 V_1 = (4 / 3)\pi R_1^3\, \rho_1; \qquad M_2 = \rho_2 V_2 = (4 / 3)\pi R_2^3\, \rho_2 \quad \text{(2 т.)}$$

Импулсите на звездите са съответно:

$$\mathbf{p}_1 = M_1\, \mathbf{v}_1; \qquad \mathbf{p}_1 = M_1\, \mathbf{v}_1 \quad \text{(1 т.)}$$

Считаме, че двойната звезда е много отдалечена от всички други космически обекти и не изпитва въздействие от тях, т.е. може да се счита за затворена система (1 т.). Съгласно закона за запазване на импулса относно отправна система, свързвана с центъра на масите на системата:

$$p_1 + p_2 = 0 \qquad (5 т.)$$

$\Rightarrow \quad p_1 = -p_2, \qquad \Rightarrow \quad |p_1| = |p_2| \qquad \Rightarrow \quad M_1 v_1 = M_2 v_2$ (1 т.)

Оттук следва, че:

$$v_1 / v_2 = M_2 / M_1 \qquad (2 т.)$$

$$v_1 / v_2 = [(4/3)\pi R_2^3 \rho_2] / [(4/3)\pi R_1^3 \rho_1]$$

$$v_1 / v_2 = (R_2^3 \rho_2) / (R_1^3 \rho_1) \qquad (4 т.)$$

5 задача. (19 т.) За да можем да наблюдаваме една двойна звездна система като затъмнителна променлива звезда, равнината на орбитите на двете компоненти в системата трябва да е ориентирана спрямо нас така, че те да се затъмняват при движението си една около друга (2 т.). Според третия закон на Кеплер, приложен за двойна звездна система, ако T е орбиталният период на компонентите, а a е голямата полуос на орбитата на едната компонента в отправна система, свързана с другата компонента:

$$a^3 / T^2 = K$$

където $K = G\,(M_1 + M_2) / (4\pi^2)$ е константата на Кеплер. Следователно:

$$a = K\,T^{2/3} \qquad \text{или} \qquad a \sim T^{2/3}. \qquad (2 т.)$$

Т.е., при дългопериодичните звездни системи компонентите, общо взето, са раздалечени на по-голямо разстояние една от друга (2 т.). На чертежа са показани компонентите A и B. Очевидно в даден момент системата може да се вижда като затъмнително двойна само от наблюдатели, намиращи се в защрихованите сектори, ограничени от правите xx и yy (3 т.). Колкото разстоянието a между компонентите A и B е по-голямо, толкова по-малък е ъгълът φ, който тези прави сключват, и следователно толкова по-ограничен е секторът от пространството, откъдето системата може да се наблюдава като затъмнително двойна звезда (3 т.). Ето защо, при равни други условия, вероятността една дългопериодична двойна система да е ориентирана по подходящ начин към нас е по-малка, отколкото една късопериодична система (2 т.).

Освен това, измежду всички двойни звезди, които са ориентирани към нас така, че да можем да ги наблюдаваме като затъмнителни, дългопериодичните по-трудно се откриват, понеже техните минимуми на блясъка се случват по-рядко (5 т.).